

# قصه‌هایی درباره جدول ضرب

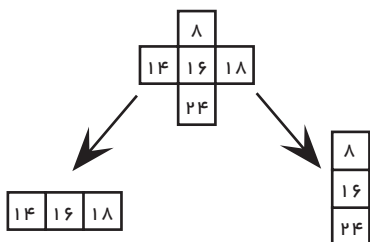
## سومین قصه:

# جمع درصليب

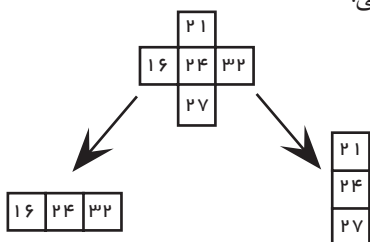
بهزاد اسلامی مسلم

کلیدواژه‌ها: جدول ضرب، حاصل جمع ردیف‌ها، حاصل جمع ستون‌ها


در قسمت رنگ‌شده جدول بالا، الگوی جالبی دیده می‌شود:



هم حاصل جمع عددهای ردیف برابر ۴۸ می‌شود، و هم حاصل جمع عددهای ستون! یا این یکی:



هر دو حاصل جمع برابر ۷۲ می‌شوند.

این الگو در هر قسمت دیگری از جدول هم که به شکل  باشد،

مدت‌هاست که با جدول ضرب آشنا هستید. اما ممکن است به مسئله‌های جالبی که درباره همین جدول ظاهراً ساده وجود دارد، برخورد کرده باشید. در هر شماره از برهان امسال، با چنین مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شوید. این دفعه، درباره حاصل جمع بعضی از عددهای جدول ضرب صحبت می‌کنیم.

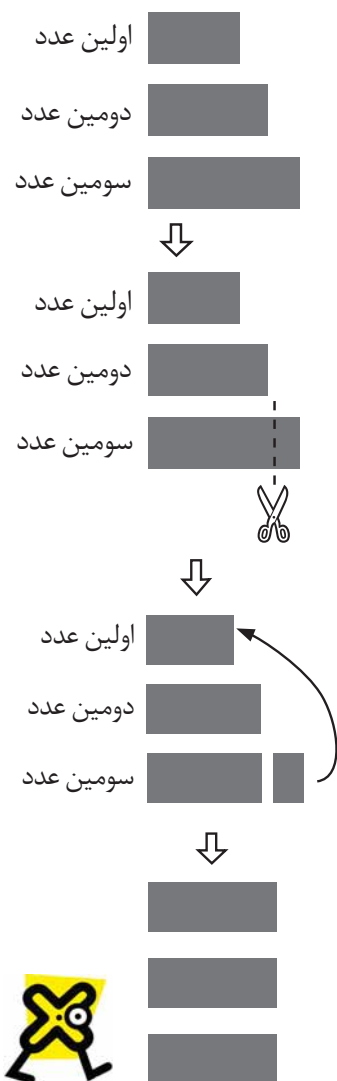
جدول زیر، همان جدول ضرب  $10 \times 10$  است. به خانه‌هایی از این جدول که رنگی شده‌اند، توجه کنید. این خانه‌ها، شکلی شبیه صلیب تشکیل می‌دهند:

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

در هریک از مثال‌های بالا، حاصل جمع سه عدد برابر است با سه برابر عدد دوم.

### چرا این‌طور است؟

**دلیل:** اولین عدد از دومین عدد مقداری کمتر است. سومین عدد از دومین عدد دقیقاً به همین مقدار بیشتر است. وقتی عددها را با هم جمع می‌کنیم، این کمتر بودن و آن بیشتر بودن، یکدیگر را خنثا می‌کنند. انگار دومین عدد را سه بار نوشته‌ایم و جمع کرده‌ایم. همین توضیحات را در شکل‌های زیر می‌بینید:



پس اگر به شما بگویم عددهای عجیب و غریب



$$۳۶/۸۰۱۱۷۶۸۹$$

$$۴۱$$

$$۴۵/۱۹۸۸۲۳۱۱$$

فاصله‌های یکسان دارند، به راحتی می‌توانید بگویید حاصل جمع آن‌ها چند است. کافی است ۴۱ را در ۳ ضرب کنید.

برقرار است. حتی اگر جدول ضرب به جای  $۱۰ \times ۱۰$ ، جدول ضرب  $۱۰۰۰ \times ۱۰۰۰$  بود، باز هم همین الگو برقرار می‌بود.

شک دارید؟ حق دارید شک کنید. خب ما فقط چند تا از قسمت‌های به شکل  را بررسی کرده‌ایم. پس شاید این الگو در مورد بقیه قسمت‌های به شکل  برقرار نباشد. باید دلیل بیاوریم. نگران نباشید! دلیل ما را در ادامه مقاله بخوانید.

## دلیل برقرار بودن الگو

ابتدا باید مقدمه‌ای را بیان کنیم.

### مقدمه دلیل برقرار بودن الگو

سه عدد در نظر دارم با فاصله‌های یکسان؛ مثلاً ۲، ۴ و ۶ یا مثلاً ۱۱، ۱۶ و ۲۱ یا مثلاً ۲۵، ۳۰ و ۳۵. حاصل جمع این عددها، چه ربطی به عدد دوم دارد؟ منظورم این است که مثلاً آیا می‌توانیم حاصل جمع ۲۵، ۳۰ و ۳۵ را از روی عدد دوم (یعنی ۳۰) پیدا کنیم؟ چند مثال را بررسی می‌کنیم تا حدسی بزنیم:

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۱۲	۶	۴	۲

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۴۸	۲۱	۱۶	۱۱

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۹۰	۳۵	۳۰	۲۵

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۲۴۰	۸۶	۸۰	۷۴



## نتیجه

خب این مقدمه چه فایده‌ای دارد؟ به زودی می‌فهمید! دوباره به جدول ضرب نگاه کنید:

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

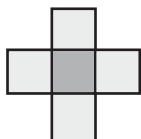
خب! چرا حاصل جمع‌ها برابر می‌شوند؟ یعنی چه دلیلی برای برابری

دومین عدد ردیف  $3 \times$

و

دومین عدد ستون  $3 \times$

داریم؟ دلیلمان این است: دومین عدد ردیف، همان دومین عدد ستون است! نگاه کنید:



در نتیجه:

حاصل جمع ردیف = حاصل جمع ستون

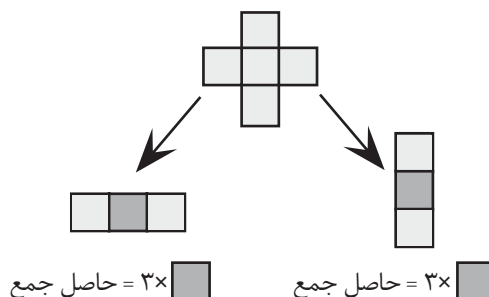
و دیگر مطمئن هستیم که الگو، حتی در جدول ضرب  $1000 \times 1000$  هم برقرار است.

در هر ردیف، عددها فاصله‌های یکسان دارند. مثلاً در ردیف عدد ۹، عددها ۹ تا ۹ تا ۹ اضافه می‌شوند، یا مثلاً در ردیف عدد ۵، عددها ۵ تا ۵ تا ۵ اضافه می‌شوند. پس فاصله‌های یکسان دارند. در مورد ستون‌ها هم دقیقاً همین‌طور است. مثلاً در ستون عدد ۸، عددها ۸ تا ۸ تا ۸ اضافه می‌شوند. در نتیجه فاصله‌های یکسان دارند.

وقتی در  $\oplus$  عددهای ردیف را جمع می‌کنیم، در حقیقت سه تا عدد با فاصله‌های یکسان را جمع می‌کنیم. پس همان‌طور که در قسمت «مقدمه» گفتیم، حاصل برابر است با: دومین عدد ردیف  $3 \times$

همین‌طور، وقتی در  $\oplus$  عددهای ستون را با هم جمع می‌کنیم، در حقیقت سه عدد با فاصله‌های یکسان را جمع می‌کنیم. پس حاصل برابر است با: دومین عدد ردیف  $3 \times$

در شکل زیر، همین توضیح را می‌بینید:



## شوخ‌بازدکارت

